

आँकड़ों का प्रस्तुतीकरण

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

» आँकड़ों के प्रस्तुतीकरण के प्रकार

प्रश्न 1 (आसान). जब आँकड़े बहुत कम हों, तो प्रस्तुतीकरण का कौन सा तरीका सबसे उपयुक्त होता है?

उत्तर – पाठ-विषयक प्रस्तुतीकरण

प्रश्न 2 (आसान). टेबल या सारणी का उपयोग आँकड़े प्रस्तुत करने के किस प्रकार में होता है?

उत्तर – सारणीबद्ध प्रस्तुतीकरण

प्रश्न 3 (मध्यम). अगर आपको यह दिखाना है कि पिछले 5 सालों में आपकी फसल का उत्पादन कैसे बदला है, तो आप कौन सा प्रस्तुतीकरण तरीका पसंद करेंगे और क्यों?

उत्तर – आरेखीय प्रस्तुतीकरण (जैसे लाइन ग्राफ), क्योंकि यह समय के साथ बदलाव को आसानी से और प्रभावी ढंग से दिखाता है।

प्रश्न 4 (कठिन). आपकी दुकान की महीने भर की बिक्री का डेटा है जिसमें हर दिन की बिक्री लिखी है। क्या इसे सिर्फ पाठ-विषयक तरीके से दिखाना सही रहेगा? अगर नहीं, तो कौन से तरीके बेहतर होंगे और क्यों?

उत्तर – नहीं, सिर्फ पाठ-विषयक तरीके से दिखाना सही नहीं रहेगा, क्योंकि डेटा बहुत ज़्यादा है। इसे समझने में बहुत समय लगेगा। सारणीबद्ध प्रस्तुतीकरण (टेबल बनाकर) और आरेखीय प्रस्तुतीकरण (जैसे बार ग्राफ या लाइन ग्राफ) बेहतर होंगे क्योंकि ये डेटा को व्यवस्थित और विज़ुअल रूप से आकर्षक बनाते हैं, जिससे तुलना और विश्लेषण आसान हो जाता है।

» आँकड़ों का पाठ-विषयक प्रस्तुतीकरण

प्रश्न 5 (आसान). क्या एक ही वाक्य में 'कक्षा में 25 लड़के और 20 लड़कियाँ हैं' लिखना पाठ-विषयक प्रस्तुतीकरण है?

उत्तर – हाँ

प्रश्न 6 (आसान). अगर हमें एक कंपनी के 10 साल के मुनाफे का डेटा दिखाना है, तो क्या पाठ-विषयक प्रस्तुतीकरण सबसे अच्छा रहेगा?

उत्तर – नहीं

प्रश्न 7 (मध्यम). आपको अपने दोस्त को बताना है कि कल स्कूल में क्या हुआ था। आपने कहा, 'कल सुबह 5 नए बच्चे आए और 2 पुराने बच्चे छुट्टी पर थे।' यह कौन से प्रकार का प्रस्तुतीकरण है?

उत्तर – यह आँकड़ों का पाठ-विषयक प्रस्तुतीकरण है।

» आँकड़ों का सारणीबद्ध प्रस्तुतीकरण

प्रश्न 8 (आसान). सारणीबद्ध प्रस्तुतीकरण में डेटा को किस रूप में व्यवस्थित किया जाता है?

उत्तर – पंक्तियों (Rows) और स्तंभों (Columns) में।

प्रश्न 9 (आसान). यह प्रस्तुतीकरण किस तरह के डेटा सेट के लिए अधिक उपयोगी है?

उत्तर – बड़े डेटा सेट के लिए।

प्रश्न 10 (मध्यम). आपकी कक्षा में कितने लड़के और कितनी लड़कियाँ हैं, इसे सारणीबद्ध रूप में कैसे दिखाओगे? (सिर्फ 'rows' और 'columns' के नाम बताओ)

उत्तर – पंक्तियाँ: लड़के, लड़कियाँ, योग। स्तंभ: संख्या।

प्रश्न 11 (कठिन). सारणीबद्ध प्रस्तुतीकरण का सबसे महत्वपूर्ण लाभ क्या है?

उत्तर – आँकड़ों को सांख्यिकीय उपयोग और निर्णय लेने के लिए व्यवस्थित करना।

» **सारणीकरण के प्रकार: गुणात्मक, मात्रात्मक, कालिक और स्थानिक वर्गीकरण**

प्रश्न 12 (आसान). अगर आप स्कूल में बच्चों को उनकी 'पसंदीदा मिठाई' के हिसाब से बाँटते हो (जैसे लड्डू, जलेबी, बर्फी), तो ये कौन सा वर्गीकरण होगा?

उत्तर – गुणात्मक वर्गीकरण

प्रश्न 13 (आसान). किसी कंपनी की 'पिछले 5 साल की बिक्री' को एक टेबल में दिखाना, ये किस प्रकार का वर्गीकरण है?

उत्तर – कालिक वर्गीकरण

प्रश्न 14 (मध्यम). अपने ज़िले में 'अलग-अलग गाँवों' की 'जनसंख्या' दिखाना, ये किस प्रकार का वर्गीकरण है?

उत्तर – स्थानिक वर्गीकरण और मात्रात्मक वर्गीकरण दोनों, क्योंकि गाँव स्थान बताता है और जनसंख्या मात्रा।

प्रश्न 15 (कठिन). अगर हमें एक कंपनी के 'कर्मचारियों' का डेटा बनाना है जिसमें उनकी 'उम्र', 'लिंग' और 'किस शहर में काम करते हैं' जैसी जानकारी है, तो हम किन-किन वर्गीकरण प्रकारों का उपयोग करेंगे?

उत्तर – 'उम्र' के लिए मात्रात्मक, 'लिंग' के लिए गुणात्मक, और 'शहर' के लिए स्थानिक वर्गीकरण।

» **सारणी के अंग और उनका महत्व**

प्रश्न 16 (आसान). एक सारणी का 'शीर्षक' क्या बताता है?

उत्तर – सारणी की विषयवस्तु।

प्रश्न 17 (आसान). 'सारणी संख्या' क्यों ज़रूरी है?

उत्तर – सारणियों की पहचान और अलग करने के लिए।

प्रश्न 18 (मध्यम). सारणी के 'मुख्य भाग' में क्या होता है?

उत्तर – वास्तविक आँकड़े।

प्रश्न 19 (कठिन). 'माप की इकाई' सारणी में कहाँ लिखी जानी चाहिए?

उत्तर – अगर समान है तो शीर्षक के साथ; अगर अलग-अलग हैं तो उप-शीर्षक या अवशीर्ष के साथ।

» **आँकड़ों का आरेखी प्रस्तुतीकरण का परिचय**

प्रश्न 20 (आसान). आँकड़ों के आरेखी प्रस्तुतीकरण का मुख्य लाभ क्या है?

उत्तर – यह आँकड़ों को जल्दी समझने और तुलना करने में मदद करता है।

प्रश्न 21 (आसान). क्या आरेखी प्रस्तुतीकरण में आँकड़ों की परिशुद्धता हमेशा सारणी जितनी होती है?

उत्तर – नहीं, इसमें परिशुद्धता थोड़ी कम हो सकती है, पर यह ज़्यादा प्रभावी होता है।

प्रश्न 22 (मध्यम). एक उदाहरण देकर समझाइए कि आरेख 'अमूर्तता' कैसे कम करता है।

उत्तर – यदि हम सिर्फ संख्याएँ दें कि किस राज्य में कितने किसान हैं, तो यह अमूर्त लगेगा। लेकिन जब इसे दंड आरेख से दिखाते हैं, तो हम तुरंत देख पाते हैं कि किस राज्य में ज़्यादा किसान हैं, जिससे स्थिति ज़्यादा स्पष्ट हो जाती है।

प्रश्न 23 (कठिन). सारणीबद्ध प्रस्तुतीकरण और आरेखी प्रस्तुतीकरण में से, आप किस स्थिति में किसे प्राथमिकता देंगे और क्यों?

उत्तर – यदि हमें सटीक संख्यात्मक मानों की आवश्यकता है, जैसे किसी कंपनी का विस्तृत बजट, तो सारणीबद्ध प्रस्तुतीकरण को प्राथमिकता देंगे। यदि हमें पैटर्न, प्रवृत्तियों और त्वरित तुलना को उजागर करना है, जैसे पिछले कुछ वर्षों में जनसंख्या वृद्धि, तो आरेखी प्रस्तुतीकरण ज़्यादा उपयुक्त होगा क्योंकि यह देखने में आसान और प्रभावी होता है।

» **ज्यामितीय आरेख: दंड आरेख (सरल, बहु, घटक)**

प्रश्न 24 (आसान). अगर आपको सिर्फ 2022 में दिल्ली की साक्षरता दर दिखानी है, तो आप कौन सा दंड आरेख उपयोग करेंगे?

उत्तर – सरल दंड आरेख

प्रश्न 25 (आसान). किन दो दंड आरेखों में हम तुलना करते हैं?

उत्तर – बहु दंड आरेख और घटक दंड आरेख

प्रश्न 26 (मध्यम). आपके घर के कुल मासिक खर्च को भोजन, कपड़े, शिक्षा, और अन्य चीज़ों में बांटकर दिखाने के लिए कौन सा आरेख सबसे उपयुक्त होगा?

उत्तर – घटक दंड आरेख

प्रश्न 27 (कठिन). अगर हमें 2010 से 2020 तक हर साल भारत के आयात और निर्यात, दोनों को एक ही आरेख में दिखाना है, तो कौन सा दंड आरेख सबसे अच्छा रहेगा और क्यों?

उत्तर – बहु दंड आरेख सबसे अच्छा रहेगा, क्योंकि यह हमें दो अलग-अलग आँकड़ा-समुच्चयों (आयात और निर्यात) की वर्षों के हिसाब से तुलना करने में मदद करेगा, जिससे हम देख पाएंगे कि समय के साथ दोनों में क्या बदलाव आया।

» ज्यामितीय आरेख: वृत्त आरेख

प्रश्न 28 (आसान). वृत्त आरेख में कुल प्रतिशत कितना होता है?

उत्तर – 100%

प्रश्न 29 (आसान). वृत्त आरेख को और किस नाम से जानते हैं?

उत्तर – वृत्त चार्ट

प्रश्न 30 (मध्यम). अगर किसी घटक का प्रतिशत 25% है, तो वृत्त आरेख में उसका केंद्रीय कोण कितना होगा?

उत्तर – 90° (25×3.6)

प्रश्न 31 (कठिन). एक स्कूल में 40% छात्र विज्ञान में, 30% कला में और 30% वाणिज्य में हैं। वृत्त आरेख बनाने के लिए प्रत्येक स्ट्रीम के केंद्रीय कोण की गणना करें।

उत्तर – विज्ञान: 144° , कला: 108° , वाणिज्य: 108°

» बारंबारता आरेख: आयत चित्र

प्रश्न 32 (आसान). क्या आयत चित्र में आयतों के बीच खाली जगह होती है?

उत्तर – नहीं, आयत चित्र में आयतों के बीच कोई खाली जगह नहीं होती।

प्रश्न 33 (आसान). आयत चित्र कौन से चरों के लिए बनाया जाता है: विविक्त या संतत?

उत्तर – आयत चित्र केवल संतत चरों के लिए बनाया जाता है।

प्रश्न 34 (मध्यम). यदि वर्ग अंतराल की चौड़ाई अलग-अलग हो, तो आयत चित्र बनाते समय ऊँचाई कैसे समायोजित की जाती है?

उत्तर – यदि वर्ग अंतराल की चौड़ाई अलग-अलग हो, तो आयत की ऊँचाई 'बारंबारता घनत्व' के आधार पर समायोजित की जाती है, जो कि बारंबारता को वर्ग अंतराल के विस्तार से भाग देकर प्राप्त होता है।

प्रश्न 35 (कठिन). एक दंड आरेख और एक आयत चित्र में मुख्य अंतर क्या है?

उत्तर – दंड आरेख विविक्त चरों के लिए बनता है और इसमें दंडों के बीच खाली जगह होती है, जबकि आयत चित्र संतत चरों के लिए बनता है और इसके आयत एक-दूसरे से सटे होते हैं। दंड आरेख में दंड की ऊँचाई महत्वपूर्ण होती है, जबकि आयत चित्र में आयत का 'क्षेत्रफल' बारंबारता के अनुपात में होता है।

» बारंबारता आरेख: बारंबारता बहुभुज

प्रश्न 36 (आसान). बारंबारता बहुभुज बनाने के लिए आयत चित्र के किस बिंदु का उपयोग किया जाता है?

उत्तर – आयत के ऊपरी छोर के मध्य बिंदु।

प्रश्न 37 (आसान). क्या बारंबारता बहुभुज को x-अक्ष पर बंद करना ज़रूरी है?

उत्तर – हाँ, इसे एक बहुभुज बनाने के लिए दोनों छोरों पर x-अक्ष से जोड़ना ज़रूरी है।

प्रश्न 38 (मध्यम). बारंबारता बहुभुज 'डेटा वक्रों का अध्ययन' करने में कैसे सहायक होता है?

उत्तर – यह डेटा के फैलाव और पैटर्न को एक चिकनी रेखा के रूप में दिखाता है, जिससे तुलना और रुझानों को समझना आसान हो जाता है।

प्रश्न 39 (कठिन). आयत चित्र और बारंबारता बहुभुज में मुख्य अंतर क्या है, भले ही बहुभुज आयत चित्र से ही बनता है?

उत्तर – आयत चित्र में चौकोर आयत होते हैं जो वर्ग अंतरालों की बारंबारता दर्शाते हैं, जबकि बारंबारता बहुभुज सिर्फ सीधी रेखाओं से जुड़ा एक बंद चित्र होता है जो आयतों के ऊपरी मध्य बिंदुओं से बनता है, जिससे डेटा के 'वक्र के आकार का अध्ययन' करना आसान होता है और एक साथ कई वितरणों की तुलना भी बेहतर होती है।

» बारंबारता आरेख: बारंबारता वक्र

प्रश्न 40 (आसान). बारंबारता वक्र बनाने के लिए किस प्रकार की रेखा का प्रयोग किया जाता है?

उत्तर – मुक्त-हस्त वक्र (Freehand curve)

प्रश्न 41 (आसान). क्या बारंबारता वक्र को बारंबारता बहुभुज के सभी बिंदुओं से गुजरना आवश्यक है?

उत्तर – नहीं, यह केवल निकटतम बिंदुओं से होकर गुजरता है।

प्रश्न 42 (मध्यम). बारंबारता वक्र और बारंबारता बहुभुज में मुख्य अंतर क्या है?

उत्तर – बारंबारता बहुभुज सीधी रेखा खंडों से बनता है जो बिंदुओं को जोड़ते हैं, जबकि बारंबारता वक्र एक चिकनी, मुक्त-हस्त रेखा होती है जो उन बिंदुओं के निकटतम से गुजरती है।

प्रश्न 43 (कठिन). बारंबारता वक्र हमें डेटा के बारे में कौन सी महत्वपूर्ण जानकारी देता है?

उत्तर – यह डेटा के 'जनरल ट्रेंड' या पैटर्न को दर्शाता है, यानी डेटा कहाँ ज़्यादा केंद्रित है और कैसे फैला हुआ है।

» बारंबारता आरेख: तोरण (संचयी बारंबारता वक्र)

प्रश्न 44 (आसान). 'संचयी बारंबारता वक्र' का दूसरा नाम क्या है?

उत्तर – तोरण (Ogive)

प्रश्न 45 (आसान). 'से कम' तोरण किस दिशा में बढ़ता है – ऊपर या नीचे?

उत्तर – ऊपर की ओर।

प्रश्न 46 (मध्यम). 'से अधिक' तोरण बनाते समय X-अक्ष पर हम वर्ग अंतराल की कौन सी सीमा लेते हैं?

उत्तर – निचली सीमा (Lower Limit)

प्रश्न 47 (कठिन). अगर हमें किसी डेटा सेट की मध्यिका (Median) सिर्फ ग्राफ देखकर जाननी हो, तो हम कौन से दो आरेख बनाएंगे और क्या देखेंगे?

उत्तर – 'से कम' तोरण और 'से अधिक' तोरण बनाएंगे, और उनका प्रतिच्छेद बिंदु (Point of intersection) देखेंगे। उस बिंदु से X-अक्ष पर जो मान होगा, वही मध्यिका होगी।

» अंकगणितीय रेखा चित्र (काल श्रेणी आलेख)

प्रश्न 48 (आसान). अंकगणितीय रेखा चित्र को और किस नाम से जाना जाता है?

उत्तर – काल श्रेणी आलेख

प्रश्न 49 (आसान). अंकगणितीय रेखा चित्र में X-अक्ष पर क्या दर्शाया जाता है?

उत्तर – समय (घंटा, दिन, सप्ताह, माह, वर्ष)

प्रश्न 50 (मध्यम). अंकगणितीय रेखा चित्र क्या समझने में सहायक होता है?

उत्तर – लंबी अवधि के रुझानों और आवर्तिता को।

प्रश्न 51 (कठिन). आपको भारतीय क्रिकेट टीम के पिछले 10 सालों के टेस्ट मैच जीतने का प्रतिशत दिखाना है। आप कौन सा आरेख चुनेंगे और क्यों?

उत्तर – हम अंकगणितीय रेखा चित्र (काल श्रेणी आलेख) चुनेंगे, क्योंकि यह हमें समय के साथ (सालों में) जीतने के प्रतिशत में आए बदलाव या रुझान को सबसे अच्छे से दिखाएगा।

हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

उदाहरण 1. मान लीजिए आपके पास जानकारी है कि आपकी कक्षा में 20 लड़के और 15 लड़कियाँ हैं। इसे पाठ-विषयक, सारणीबद्ध और आरेखीय तरीके से कैसे प्रस्तुत करेंगे?

- › 1. पाठ-विषयक प्रस्तुतीकरण: 'हमारी कक्षा में कुल 35 विद्यार्थी हैं, जिनमें से 20 लड़के और 15 लड़कियाँ हैं।'
- › 2. सारणीबद्ध प्रस्तुतीकरण: एक सारणी (टेबल) बनाएँगे जिसमें दो कॉलम होंगे: 'लिंग' और 'विद्यार्थियों की संख्या'। 'लिंग' के नीचे 'लड़के' और 'लड़कियाँ' लिखेंगे, और 'विद्यार्थियों की संख्या' के सामने क्रमशः '20' और '15' लिखेंगे।
- › 3. आरेखीय प्रस्तुतीकरण: एक बार डायग्राम (bar diagram) बनाएंगे, जिसमें एक बार लड़कों की संख्या (20) और दूसरा बार लड़कियों की संख्या (15) दिखाएगा।

उत्तर – इस तरह तीनों तरीकों से एक ही जानकारी को अलग-अलग रूप में प्रस्तुत किया जा सकता है।

उदाहरण 2. एक गाँव में, 'स्वच्छता अभियान' के तहत सर्वेक्षण किया गया। रिपोर्ट में लिखा था: 'गाँव के 100 घरों में से 70 घरों में शौचालय पाए गए, जबकि 30 घरों में नहीं थे।'

- › पहचानें कि क्या यह डेटा छोटा है या बड़ा। (यहाँ 100 घरों का डेटा छोटा माना जाएगा)।
- › पहचानें कि डेटा को शब्दों में बताया गया है या टेबल या चित्र में। (यहाँ '70 घरों में शौचालय पाए गए' और '30 घरों में नहीं थे' शब्दों में लिखा है)।
- › निष्कर्ष निकालें कि यह पाठ-विषयक प्रस्तुतीकरण है।

उत्तर – यह आँकड़ों का पाठ-विषयक प्रस्तुतीकरण है।

उदाहरण 3. मान लीजिए आपके पास 50 छात्रों के गणित के अंक हैं। इन अंकों को सारणीबद्ध रूप में कैसे प्रस्तुत करेंगे?

- › सबसे पहले एक टेबल बनाएँ।
- › पहला 'column' 'छात्र का नाम' रखें।
- › दूसरा 'column' 'गणित के अंक' रखें।
- › हर 'row' में एक छात्र का नाम और उसके सामने उसके गणित के अंक लिखें।
- › जैसे: रोहन - 85, प्रिया - 92, अमित - 78, इत्यादि।

उत्तर – सभी 50 छात्रों के नाम और अंकों को इसी तरह व्यवस्थित कर एक स्पष्ट और समझने योग्य सारणी बन जाएगी।

उदाहरण 4. मान लीजिए हमें एक डेटा दिया गया है जिसमें दिल्ली शहर के लोगों की 'शैक्षिक योग्यता' और 'मासिक आय' दी गई है। हमें इस डेटा को सारणीबद्ध करने के लिए कौन से वर्गीकरण प्रकारों का उपयोग करना चाहिए?

- › पहला डेटा 'शैक्षिक योग्यता' (जैसे 10वीं पास, ग्रेजुएट, पोस्ट-ग्रेजुएट) है। यह एक 'गुण' या 'विशेषता' है जिसे संख्या में नहीं मापा जा सकता, बल्कि उसकी 'कैटेगरी' बताई जाती है। तो इसके लिए हम 'गुणात्मक वर्गीकरण' का उपयोग करेंगे।
- › दूसरा डेटा 'मासिक आय' है (जैसे ₹20,000 से ₹30,000, ₹30,001 से ₹40,000)। यह एक संख्यात्मक मान है जिसे मापा जा सकता है और इसकी एक 'मात्रा' होती है। तो इसके लिए हम 'मात्रात्मक वर्गीकरण' का उपयोग करेंगे।
- › अगर यही डेटा हमें 'अलग-अलग सालों' के लिए दिया गया होता, तो 'कालिक वर्गीकरण' होता।
- › और अगर 'दिल्ली के अलग-अलग इलाकों' के लिए होता, तो 'स्थानिक वर्गीकरण' होता।

उत्तर – शैक्षिक योग्यता के लिए 'गुणात्मक वर्गीकरण' और मासिक आय के लिए 'मात्रात्मक वर्गीकरण' का उपयोग किया

जाएगा।

उदाहरण 5. मान लीजिए हमें एक सारणी बनानी है जिसमें दिखाना है कि साल 2023 में कक्षा 11 के बच्चों ने कौन-कौन से खेल खेले और उनमें कितने लड़के-लड़कियों ने भाग लिया।

- › 1. सबसे पहले हम 'सारणी संख्या' लिखेंगे, जैसे 'सारणी 1.1: कक्षा 11 के छात्रों द्वारा खेले गए खेल (2023)'।
- › 2. फिर 'शीर्षक' देंगे: 'कक्षा 11 के छात्रों द्वारा वर्ष 2023 में विभिन्न खेलों में भागीदारी'।
- › 3. अब 'उप-शीर्षक' (Columns) बनाएंगे: 'खेल का नाम', 'लड़के', 'लड़कियाँ', 'कुल छात्र'।
- › 4. 'अवशीर्ष' (Rows) में खेलों के नाम लिखेंगे: 'क्रिकेट', 'कबड्डी', 'बैडमिंटन', 'कुल'।
- › 5. 'मुख्य भाग' में हम असली आँकड़े भरेंगे। जैसे, क्रिकेट में 30 लड़के, 15 लड़कियाँ, कुल 45।
- › 6. 'माप की इकाई' अगर समान है, तो शीर्षक के पास 'छात्रों की संख्या' लिख देंगे।
- › 7. 'स्रोत' में लिखेंगे: 'स्रोत: विद्यालय रिकॉर्ड, 2023'।
- › 8. अगर कोई विशेष बात है, जैसे 'यह केवल पंजीकृत छात्रों का डेटा है', तो उसे 'टिप्पणी' में लिखेंगे।

उत्तर – एक पूरी तरह व्यवस्थित और समझने में आसान सारणी तैयार हो जाएगी जो सभी ज़रूरी जानकारी को स्पष्ट रूप से दर्शाएगी।

उदाहरण 6. मान लीजिए एक दुकान के मालिक को पिछले 5 महीनों की अपनी बिक्री (Sales) दिखानी है: जनवरी में ₹10,000, फरवरी में ₹12,000, मार्च में ₹8,000, अप्रैल में ₹15,000 और मई में ₹11,000। इसे आरेख के माध्यम से कैसे प्रस्तुत करेंगे?

- › सबसे पहले, हम एक ग्राफ पेपर पर दो रेखाएँ खींचेंगे: एक क्षैतिज रेखा (horizontal axis) जिसे X-अक्ष कहेंगे, और एक ऊर्ध्वाधर रेखा (vertical axis) जिसे Y-अक्ष कहेंगे।
- › X-अक्ष पर हम महीने (जनवरी, फरवरी, मार्च, अप्रैल, मई) दिखाएंगे, और Y-अक्ष पर हम बिक्री (₹) दिखाएंगे। Y-अक्ष पर हम ₹2,000 के बराबर के अंतराल लेंगे (जैसे 0, 2000, 4000, 6000, आदि)।
- › अब, हर महीने के लिए, हम उसकी बिक्री के बराबर ऊँचाई का एक दंड (bar) बनाएंगे। जैसे, जनवरी के लिए ₹10,000 तक का एक दंड।
- › फरवरी के लिए ₹12,000 तक का दंड, मार्च के लिए ₹8,000 तक का, अप्रैल के लिए ₹15,000 तक का और मई के लिए ₹11,000 तक का दंड बनाएंगे।
- › सभी दंडों की चौड़ाई एक समान होगी और उनके बीच थोड़ी दूरी भी बराबर रखेंगे।

उत्तर – इस तरह से बना हुआ आरेख 'सरल दंड आरेख' कहलाएगा, जो तुरंत दिखा देगा कि अप्रैल में बिक्री सबसे ज़्यादा थी और मार्च में सबसे कम।

उदाहरण 7. मान लीजिए आपके गांव में 2015 और 2020 में दो फसलों - गेहूँ और चावल - का उत्पादन (क्विंटल में) नीचे दिया गया है। इन आँकड़ों को बहु दंड आरेख के द्वारा दर्शाइए।

2015: गेहूँ - 100 क्विंटल, चावल - 80 क्विंटल

2020: गेहूँ - 120 क्विंटल, चावल - 90 क्विंटल

- › सबसे पहले X-अक्ष पर वर्षों (2015, 2020) को चिह्नित करेंगे और Y-अक्ष पर उत्पादन (क्विंटल में) को दर्शाएंगे।
- › अब, 2015 के लिए दो दंड बनाएंगे: एक गेहूँ के लिए (100 क्विंटल की ऊँचाई), और एक चावल के लिए (80 क्विंटल की ऊँचाई)। ये दोनों दंड 2015 के लिए पास-पास बनाए जाएंगे।
- › ठीक इसी तरह, 2020 के लिए भी दो दंड बनाएंगे: एक गेहूँ के लिए (120 क्विंटल की ऊँचाई) और एक चावल के लिए (90 क्विंटल की ऊँचाई)। ये दोनों दंड 2020 के लिए पास-पास बनाए जाएंगे, लेकिन 2015 के सेट से थोड़ी दूरी पर।
- › दोनों फसलों के दंडों को अलग-अलग रंग या शेड से भर देंगे (जैसे गेहूँ के लिए नीला, चावल के लिए हरा) ताकि उन्हें आसानी से पहचाना जा सके।

उत्तर – इस प्रकार एक 'बहु दंड आरेख' बनेगा जहाँ हम आसानी से देख पाएंगे कि गेहूँ और चावल दोनों का उत्पादन 2015 से 2020 में बढ़ा है, और दोनों फसलों की तुलना भी कर पाएंगे।

उदाहरण 8. एक परिवार की मासिक आय ₹50,000 है। वे इसे निम्न प्रकार से खर्च करते हैं: भोजन पर ₹20,000, किराए पर ₹15,000, शिक्षा पर ₹10,000 और मनोरंजन पर ₹5,000। इन खर्चों को वृत्त आरेख में दर्शाने के लिए प्रत्येक मद के केंद्रीय कोण की गणना करें।

- › पहला कदम: सबसे पहले, प्रत्येक खर्च को कुल आय का प्रतिशत निकालो।
- › भोजन: $(20,000 / 50,000) * 100 = 40\%$
- › किराया: $(15,000 / 50,000) * 100 = 30\%$
- › शिक्षा: $(10,000 / 50,000) * 100 = 20\%$
- › मनोरंजन: $(5,000 / 50,000) * 100 = 10\%$
- › कुल प्रतिशत = $40 + 30 + 20 + 10 = 100\%$
- › दूसरा कदम: अब, प्रत्येक प्रतिशत को केंद्रीय कोण में बदलो। हमें पता है कि एक पूरे वृत्त का कोण 360° होता है। किताब में बताया गया है, 'प्रत्येक अंश 3.6° ($360^\circ/100$) के बराबर होता है'। तो हर प्रतिशत को 3.6 से गुणा करेंगे।
- › भोजन: $40\% * 3.6^\circ = 144^\circ$
- › किराया: $30\% * 3.6^\circ = 108^\circ$
- › शिक्षा: $20\% * 3.6^\circ = 72^\circ$
- › मनोरंजन: $10\% * 3.6^\circ = 36^\circ$
- › कुल कोण = $144^\circ + 108^\circ + 72^\circ + 36^\circ = 360^\circ$

उत्तर – भोजन के लिए 144° , किराए के लिए 108° , शिक्षा के लिए 72° , और मनोरंजन के लिए 36° ।

उदाहरण 9. एक फैक्ट्री में श्रमिकों की दैनिक मजदूरी (रुपयों में) का वितरण नीचे दिया गया है। इसके लिए एक आयत चित्र बनाइए:

मजदूरी (रु.): 40-50, 50-60, 60-70, 70-80, 80-90

श्रमिकों की संख्या: 5, 8, 12, 10, 5

- › सबसे पहले, हमें यह देखना है कि वर्ग अंतराल समान हैं या नहीं। यहाँ सभी वर्ग अंतराल (40-50, 50-60, आदि) की चौड़ाई 10 है, जो कि समान है।
- › अब, हम x-अक्ष पर मजदूरी के वर्ग अंतरालों को दर्शाएँगे और y-अक्ष पर श्रमिकों की संख्या (बारंबारता) को।
- › पहले वर्ग अंतराल '40-50' के लिए, बारंबारता '5' है। तो 40 से 50 तक x-अक्ष पर आधार लेकर, y-अक्ष पर 5 तक ऊँचाई का एक आयत बनाएँगे।
- › अगले वर्ग अंतराल '50-60' के लिए, बारंबारता '8' है। तो 50 से 60 तक x-अक्ष पर आधार लेकर, y-अक्ष पर 8 तक ऊँचाई का एक आयत बनाएँगे। यह आयत पहले वाले आयत से सटा होगा।
- › इसी तरह, '60-70' के लिए '12' ऊँचाई का आयत, '70-80' के लिए '10' ऊँचाई का आयत, और '80-90' के लिए '5' ऊँचाई का आयत एक-दूसरे से सटाकर बनाएँगे।
- › आयत चित्र में, आयतों की ऊँचाई सीधे बारंबारता को दर्शाती है क्योंकि वर्ग अंतराल समान हैं।

उत्तर – आयत चित्र में, वर्ग अंतराल x-अक्ष पर और बारंबारता y-अक्ष पर होती है, और समान वर्ग अंतराल होने के कारण आयतों की ऊँचाई सीधी बारंबारता को दर्शाएगी। सभी आयत एक-दूसरे से सटे हुए होंगे।

उदाहरण 10. नीचे दिए गए वर्ग अंतराल और बारंबारता के लिए बारंबारता बहुभुज बनाइए: वर्ग अंतराल: 0-10 (बारंबारता: 5), 10-20 (बारंबारता: 8), 20-30 (बारंबारता: 12), 30-40 (बारंबारता: 6), 40-50 (बारंबारता: 3)

- › सबसे पहले, हर वर्ग अंतराल का मध्य-बिंदु (mid-point) निकालो। जैसे, 0-10 का मध्य-बिंदु 5 होगा, 10-20 का 15, 20-30 का 25, 30-40 का 35, और 40-50 का 45।
- › अब, एक ग्राफ पेपर पर X-अक्ष पर इन मध्य-बिंदुओं को और Y-अक्ष पर बारंबारता को दर्शाओ।
- › पहले मध्य-बिंदु (5) और उसकी बारंबारता (5) को मिलाकर एक बिंदु लगाओ। फिर अगले मध्य-बिंदु (15) और उसकी बारंबारता (8) को मिलाकर दूसरा बिंदु लगाओ। ऐसे ही सारे बिंदुओं (25,12), (35,6), (45,3) को ग्राफ पर अंकित करो।
- › अब, इन सभी बिंदुओं को क्रम से सीधी रेखाओं से जोड़ो।
- › आखिरी स्टेप में, पहला मध्य-बिंदु (5) से पहले वाला काल्पनिक मध्य-बिंदु (-5) पर शून्य बारंबारता से जोड़ो। और अंतिम मध्य-बिंदु (45) के बाद वाले काल्पनिक मध्य-बिंदु (55) पर शून्य बारंबारता से जोड़ो, ताकि यह एक बंद आकृति बन

जाए।

उत्तर – यह पूरी प्रक्रिया आपको एक बंद बारंबारता बहुभुज देगी, जिसमें सारे मध्य-बिंदु सीधी रेखाओं से जुड़े होंगे और यह X-अक्ष पर दोनों तरफ से बंद होगा।

उदाहरण 11. मान लीजिए एक बारंबारता वितरण में हमें कुछ वर्ग अंतराल और उनकी बारंबारता के मध्यबिंदु दिए गए हैं: (10, 5), (30, 15), (50, 25), (70, 10), (90, 5)। इन बिंदुओं का उपयोग करके बारंबारता वक्र कैसे बनाया जाएगा?

- › सबसे पहले, X-अक्ष पर वर्ग अंतरालों के मध्यबिंदुओं को और Y-अक्ष पर उनकी बारंबारता को चिह्नित करें।
- › दिए गए बिंदुओं को ग्राफ पेपर पर प्लॉट करें: (10, 5), (30, 15), (50, 25), (70, 10), (90, 5)।
- › अब, इन प्लॉट किए गए बिंदुओं को एक 'मुक्त-हस्त' वक्र (freehand smooth curve) से जोड़ें।
- › वक्र को X-अक्ष पर दोनों तरफ बंद करने के लिए, पहले बिंदु से पहले के वर्ग अंतराल के मध्यबिंदु (0) पर और आखिरी बिंदु के बाद के वर्ग अंतराल के मध्यबिंदु (100) पर, जहाँ बारंबारता 0 होगी, वक्र को ले जाकर मिला दें।
- › यह स्मूथ वक्र ही आपका बारंबारता वक्र है।

उत्तर – ग्राफ पेपर पर चिह्नित बिंदुओं को एक स्मूथ, मुक्त-हस्त वक्र से जोड़कर बारंबारता वक्र बनाया जाएगा, जो डेटा के वितरण का एक चिकना पैटर्न दर्शाएगा।

उदाहरण 12. एक परीक्षा में छात्रों के अंक दिए गए हैं। 'से कम' और 'से अधिक' तोरण बनाकर मध्यिका ज्ञात कीजिए। वर्ग अंतराल: 0-10 (2 छात्र), 10-20 (5 छात्र), 20-30 (10 छात्र), 30-40 (8 छात्र), 40-50 (5 छात्र)।

- › पहले 'से कम' संचयी बारंबारता सारणी बनाओ:
- › वर्ग अंतराल | ऊपरी सीमा | बारंबारता | 'से कम' संचयी बारंबारता
- › 0-10 | 10 | 2 | 2
- › 10-20 | 20 | 5 | 2+5 = 7
- › 20-30 | 30 | 10 | 7+10 = 17
- › 30-40 | 40 | 8 | 17+8 = 25
- › 40-50 | 50 | 5 | 25+5 = 30
- › अब 'से अधिक' संचयी बारंबारता सारणी बनाओ (कुल छात्र: 30):
- › वर्ग अंतराल | निचली सीमा | बारंबारता | 'से अधिक' संचयी बारंबारता
- › 0-10 | 0 | 2 | 30-0 = 30 (0 से अधिक सभी छात्र)
- › 10-20 | 10 | 5 | 30-2 = 28 (10 से अधिक)
- › 20-30 | 20 | 10 | 28-5 = 23 (20 से अधिक)
- › 30-40 | 30 | 8 | 23-10 = 13 (30 से अधिक)
- › 40-50 | 40 | 5 | 13-8 = 5 (40 से अधिक)
- › X-अक्ष पर वर्ग सीमाएं (0, 10, 20, 30, 40, 50) और Y-अक्ष पर संचयी बारंबारता (0 से 30) दर्शाओ।
- › 'से कम' तोरण के लिए बिंदु प्लॉट करो: (10, 2), (20, 7), (30, 17), (40, 25), (50, 30) और इन्हें स्मूथ कर्व से जोड़ो।
- › 'से अधिक' तोरण के लिए बिंदु प्लॉट करो: (0, 30), (10, 28), (20, 23), (30, 13), (40, 5) और इन्हें स्मूथ कर्व से जोड़ो।
- › दोनों वक्र जहाँ एक-दूसरे को काटते हैं (प्रतिच्छेद बिंदु), उस बिंदु से X-अक्ष पर एक सीधी रेखा खींचो।
- › X-अक्ष पर जो मान आएगा, वही मध्यिका होगी। इस उदाहरण में, यह लगभग 28-29 के बीच आएगा।

उत्तर – मध्यिका (लगभग) = 28.5 (ग्राफ पर प्रतिच्छेद बिंदु से X-अक्ष पर मान पढ़कर)।

उदाहरण 13. नीचे दिए गए आँकड़ों का अंकगणितीय रेखा चित्र (काल श्रेणी आलेख) बनाइए:

वर्ष: 2018, 2019, 2020, 2021, 2022

गेहूँ का उत्पादन (लाख टन): 100, 110, 105, 120, 115

- › सबसे पहले हम एक ग्राफ पेपर लेंगे।
- › X-अक्ष पर 'वर्ष' को अंकित करेंगे (2018, 2019, 2020, 2021, 2022)।
- › Y-अक्ष पर 'गेहूँ का उत्पादन (लाख टन)' को अंकित करेंगे। हम 10-10 लाख टन का पैमाना ले सकते हैं (जैसे 90, 100, 110, 120, 130)।
- › अब हर वर्ष के लिए संबंधित उत्पादन के सामने एक बिंदु लगाएंगे। जैसे, 2018 के सामने 100 पर एक बिंदु, 2019 के सामने 110 पर एक बिंदु, और इसी तरह आगे बढ़ते जाएंगे।
- › आखिर में, सभी बिंदुओं को एक सीधी रेखा से मिला देंगे। इस तरह हमें गेहूँ के उत्पादन में समय के साथ बदलाव दिखाने वाला एक अंकगणितीय रेखा चित्र मिल जाएगा।

उत्तर – ग्राफ पेपर पर वर्षों को X-अक्ष पर और उत्पादन को Y-अक्ष पर अंकित करके, बिंदुओं को जोड़ने से प्राप्त रेखा चित्र। (यह आलेखीय परिणाम है जिसे मौखिक रूप से नहीं दिखाया जा सकता, लेकिन चरणों से स्पष्ट है)।

बोर्ड परीक्षा के लिए खास

- यह विषय बोर्ड परीक्षा के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। अक्सर, आपसे इन तीनों प्रकारों में से किसी एक को परिभाषित करने या उदाहरण सहित समझाने के लिए कहा जा सकता है, या आपसे यह भी पूछा जा सकता है कि किसी खास डेटा को प्रस्तुत करने के लिए कौन सा तरीका सबसे अच्छा रहेगा।
- कभी-कभी परीक्षाओं में छोटे डेटा सेट देकर पूछा जाता है कि इसका सबसे उपयुक्त प्रस्तुतीकरण कौन सा होगा – तो 'पाठ-विषयक' को याद रखना।
- यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। अक्सर इस पर 'सारणीबद्ध प्रस्तुतीकरण' के लाभ या 'पाठ-विषयक प्रस्तुतीकरण' से इसके अंतर पर प्रश्न आते हैं, इसलिए इसके फायदे और उपयोग को अच्छे से समझना।
- गुणात्मक और मात्रात्मक वर्गीकरण के अंतर को उदाहरणों के साथ अच्छी तरह से समझ लेना, क्योंकि इस पर अक्सर छोटे प्रश्न आते हैं।
- बोर्ड परीक्षा में, किसी दी गई जानकारी से सारणी बनाने को आ सकता है, या सारणी के अंगों के बारे में सीधा प्रश्न पूछा जा सकता है। एक-एक अंग का महत्व जरूर याद रखना।
- आरेखी प्रस्तुतीकरण के लाभ और इसके मुख्य प्रकारों के नाम याद रखना, ये बोर्ड परीक्षा में अक्सर पूछे जाते हैं।
- बोर्ड परीक्षा में, 'सरल, बहु और घटक दंड आरेख' के बीच का अंतर उदाहरणों के साथ स्पष्ट करने वाले प्रश्न अक्सर आते हैं। हर एक का सही उपयोग और चित्र बनाना सीखो।
- यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है! 'वृत्त आरेख' बनाने के सवाल अक्सर आते हैं, खासकर केंद्रीय कोणों की गणना करने वाले। इसलिए, प्रतिशत को केंद्रीय कोण में बदलने का सूत्र (प्रतिशत $\times 3.6^\circ$) अच्छे से याद रखना और उस पर अभ्यास करना।
- आयत चित्र और दंड आरेख के बीच के अंतर को अच्छी तरह से समझ लेना, खासकर आयतों के बीच की दूरी और कौन से चर के लिए वे बनाए जाते हैं – यह अक्सर परीक्षा में पूछा जाता है।
- बोर्ड परीक्षा में, 'बारंबारता बहुभुज' बनाने का सवाल अक्सर आता है, खासकर जब आपसे 'आयत चित्र' या 'बारंबारता वक्र' के साथ तुलना पूछी जाए। हमेशा याद रखें कि इसे X-अक्ष पर बंद करना है, नहीं तो नंबर कट सकते हैं!
- बारंबारता वक्र और बारंबारता बहुभुज के बीच का अंतर अक्सर परीक्षा में पूछा जाता है। ध्यान रखना कि वक्र मुक्त-हस्त और स्मूथ होता है, जबकि बहुभुज सीधी रेखाओं से बनता है।
- तोरण से मध्यिका ज्ञात करना बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण प्रश्न है। इसे ग्राफ पेपर पर बनाना और मध्यिका निकालना अच्छे से सीख लेना।

- बोर्ड परीक्षा में, समय-आधारित डेटा (जैसे जनसंख्या वृद्धि, उत्पादन बदलाव) को दर्शाने के लिए अक्सर काल श्रेणी आलेख बनाने को कहा जाता है। आलेख बनाते समय X और Y अक्षों पर उचित लेबल और पैमाना लिखना न भूलें।

एक नज़र में रिवीज़न

- › आँकड़ों के 3 प्रकार: पाठ-विषयक, सारणीबद्ध, आरेखीय प्रस्तुतीकरण।
- › छोटे डेटा को शब्दों/पाठ में बताना।
- › डेटा को पंक्तियों/स्तंभों में व्यवस्थित करना; बड़े डेटा सेट के लिए उपयोगी।
- › सारणीकरण के चार प्रकार: गुणात्मक (गुण), मात्रात्मक (संख्या), कालिक (समय), स्थानिक (स्थान)।
- › सारणी में सारणी संख्या, शीर्षक, उप-शीर्षक, अवशीर्ष, मुख्य भाग, इकाई, स्रोत, टिप्पणी होती है।
- › आरेखी प्रस्तुतीकरण: आँकड़ों को चित्रों से दिखाना; त्वरित समझ, प्रभावी, कम परिशुद्धता।
- › दंड आरेख: सरल (एक श्रेणी), बहु (तुलना), घटक (अंश)
- › वृत्त आरेख: घटक आरेख, कुल 100%, केंद्रीय कोण = $\% * 3.6^\circ$
- › आयत चित्र = संतत चर, सटे आयत, क्षेत्रफल बारंबारता, असमान अंतराल तो बारंबारता घनत्व।
- › बारंबारता बहुभुज = आयत चित्र के ऊपरी मध्य बिंदुओं को जोड़कर बनी बंद आकृति।
- › बारंबारता वक्र = मुक्त-हस्त से बना स्मूथ कर्व, बहुभुज बिंदुओं के निकटतम से गुजरता है।
- › तोरण (Ogive) = संचयी बारंबारता वक्र; 'से कम' व 'से अधिक' प्रकार; प्रतिच्छेद बिंदु = मध्यिका।
- › काल श्रेणी आलेख = समय के साथ चर के मानों का रेखा चित्र।